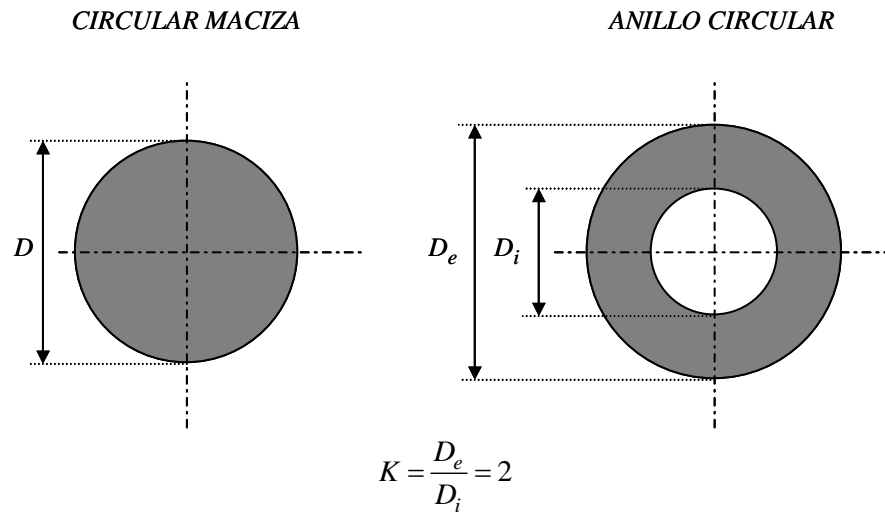


**Ejercicio N° 3- Enunciado**

De acuerdo con los datos indicados en la figura 3.1 y para la relación  $K$  establecida, se desea reemplazar un árbol de sección circular maciza por otro de sección anular (anillo circular) del mismo material, que sea capaz de transmitir el mismo momento torsor  $M_t$ .



**Figura 3.1**

Se solicita determinar:

1. La relación entre ambos diámetros exteriores ( $D_e/D$ )
2. La economía de material que se logra

**Ejercicio N° 3- Resolución****1. Cálculo de la relación entre ambos diámetros exteriores ( $D_e/D$ )**

Para la sección circular maciza:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{Mt}{W_0} = \frac{Mt}{\frac{\pi \cdot D^3}{16}} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3} \quad (1)$$

siendo

$W_0$  : Módulo resistente polar correspondiente a una sección circular maciza

Para la sección correspondiente al anillo circular:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D_e^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_i}{D_e} \right)^4 \right]}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D_e^3 \cdot (1 - \varphi^4)} \quad (2)$$

Para realizar el cálculo debe cumplirse que:

$$\tau_{m\acute{a}x} \leq \tau_{adm}$$

Como la sección anular debe ser capaz de transmitir el mismo momento torsor y el material es el mismo para ambos, deben igualarse las expresiones (1) y (2):

$$\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D^3} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot D_e^3 \cdot (1 - \varphi^4)} \quad (3)$$

siendo

$$\varphi : \text{Relación } \frac{D_i}{D_e} = 0,50$$

$D$  : Diámetro exterior del eje macizo

$D_e$  : Diámetro exterior de la sección anular

$D_i$  : Diámetro interior de la sección anular

De la expresión (3), se obtiene el diámetro exterior  $D_e$  del árbol de la sección anular:

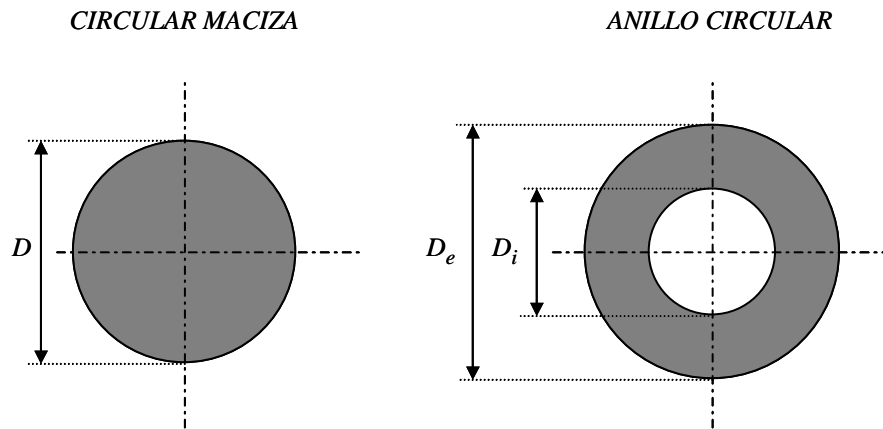
$$D_e = \sqrt[3]{\frac{D^3}{(1 - \varphi^4)}} = \sqrt[3]{\frac{D^3}{0,9375}} = 1,0217 \cdot D$$

Es decir, la relación entre el diámetro exterior macizo  $D$  y el anular  $D_e$  será:

$$\frac{D_e}{D} = 1,0217$$

**2. Cálculo de la economía del material**

De acuerdo con la figura 3.2, la relación entre las áreas será:



**Figura 3.2**

Área de la sección maciza:

$$F_M = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

Área de la sección anular:

$$F_A = \frac{\pi}{4} \cdot (D_e^2 - D_i^2)$$

O sea:

$$F_A = \frac{\pi \cdot D_e^2}{4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_i}{D_e} \right)^2 \right] = \frac{\pi \cdot D_e^2}{4} \cdot [1 - \varphi^2]$$

Siendo:

$$D_e = 1,0217 \cdot D$$

Luego:

$$F_A = \frac{\pi \cdot (1,0217 \cdot D)^2}{4} \cdot (1 - 0,5^2) = \frac{\pi \cdot 1,0217^2 \cdot D^2}{4} \cdot 0,75$$

relacionando ambas áreas:

$$\frac{F_M}{F_A} = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4}}{\frac{\pi \cdot 1,0217^2 \cdot D^2}{4} \cdot 0,75} = \frac{1}{1,0217^2 \cdot 0,75} = 1,2773$$

De donde

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 2</i>	<i>3/4</i>
--	-------------	------------

$$F_M = 1,2773 \cdot F_A$$

Lo que nos dice que el área de la sección circular maciza es 1,2773 veces mayor que el área de la sección anular. Luego, la sección anular es la más apropiada y la economía del material será:

$$F_A = \frac{1}{1,2773} \cdot F_M = 0,7829 \cdot F_M$$

O sea:

$$F_A = 78,29 \cdot \% \cdot F_M$$

Esto quiere decir que el área de la sección anular es el 78,29% del área de la sección circular maciza. Consecuentemente, el ahorro del material será:

$$Ahorro = 100 - 78,29$$

$$\mathbf{Ahorro = 21,71 \cdot \%}$$


---